|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Lycée secondaire jbeljloud | Devoir de contrôle n°3 | 4ème sciences de l’informatique |
| Rajhi slim | Mathématiques | Durée 2 heures |

***Exercice1(7points)***

On considère la fonction *f* définie sur l’ensemble IR .

On note Csa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé  d’unité graphique 2 cm.

1. a. Calculer la limite de *f*(*x*) quand *x* tend vers .

b. Calculer la limite de *f*(*x*) quand *x* tend vers .

c. En déduire l’équation d’une droite Dasymptote â la courbe C.

d. Calculer les coordonnées du point d’intersection *A* de la droite Det de la courbe C.

e. Déterminer la position relative de la courbe C par rapport â la droite D.

2. a. Calculer *f*’(*x*).

b. Étudier le signe de *f*’(*x*) et en déduire le tableau de variations de *f* sur IR.

3. Donner une équation de la tangente Tà la courbe Cau point d’abscisse 0.

4. a. Montrer que l’équation *f*(*x*) *=* 0 admet une solution *x*0 sur [2 ; 3].

b. Donner un encadrement de *x*0 à 10−2 près.

5. Tracer sur un même graphique la droite D,la tangente Tet la courbe C.

Partie B : Calcul d’aire

1. On considère la fonction *g* définie sur IR par .

a. Calculer *g*‘(*x*).

b. En déduire une primitive de *f* sur IR.

***Exercice2(6points)***

*Les parties A et B sont indépendantes*

**Partie A**

On considère l’équation (E) : où *x* et *y* sont des entiers naturels.

1. Donner une solution particulière de l‘équation (E).

2. Déterminer l’ensemble des couples d’entiers naturels solutions de l’équation (E).

**Partie B**

Dans cette partie, on se propose de déterminer les couples (*n, m*)d’entiers naturels non nuls vérifiant la relation

(F).

1. On suppose . Montrer qu’il y a exactement deux couples solutions.

2. On suppose maintenant que *.*

a. Montrer que si le couple *(n*, *m)* vérifie la relation (F) alors .

b. En étudiant les restes de la division par 32des puissances de 7, montrer que si le couple (*n, m*) vérifie la relation (F) alors *n* est divisible par 4.

c. En déduire que si le couple (*n*, *m*)vérifie la relation (F) alors *.*

***Exercice3(7points)***

Dans un manège de quartier un organisateur de jeux dispose de 2 roues de 20 cases chacune. La roue A comporte 18 cases noires et 2 cases rouges. La roue B comporte 16 cases noires et 4 cases rouges.

Lors du lancer d'une roue toutes les cases ont la même probabilité d'être obtenues.

La règle du jeu est la suivante :

• Le joueur mise 1 dinar et lance la roue A.

• S'il obtient une case rouge, alors il lance la roue B, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

• S'il obtient une case noire, alors il relance la roue A, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Soient E et F les événements :

E : « à l'issue de la partie, les 2 cases obtenues sont rouges » ;

F : « à l'issue de la partie, une seule des deux cases est rouge ».

Montrer que *p*(E) = 0,02 et *p*(F) = 0,17.

3. Si les 2 cases obtenues sont rouges le joueur reçoit 10 dinars ; si une seule des cases est rouge le joueur reçoit 2 dinars ; sinon il ne reçoit rien.

X désigne la variable aléatoire égale au gain algébrique en dinars du joueur (rappel : le joueur mise 1 dinar).

a. Déterminer la loi de probabilité de X*.*

b. Calculer l'espérance mathématique de X et en donner une interprétation.

4. Le joueur décide de jouer *n* parties consécutives et indépendantes *(n* désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).

a. Démontrer que la probabilité *pn* qu'il lance au moins une fois la roue B est telle que : .

b. Justifier que la suite de terme général *pn* est convergente et préciser sa limite.

c. Quelle est la plus petite valeur de l'entier *n* pour laquelle *pn >* 0,9 ?